MODELAREA DINAMICĂ A STRUCTURII PICIOR-GAMBĂ PENTRU MODEL ROBOT BIPED, CU MOTOARE ROTATIVE

Ionel ŞTEFAN*, Dorin DIACONESCU, Petre ALEXANDRU*****
Transilvania University of Braşov, Product Design and Robotics Department
e-mail: *simst7@yahoo.com, **dvdiaconescu@unitbv.ro, ***alex.p@unitbv.ro

Keywords: foot-calf structure, biped robot, dynamic simulation, flexion.

Abstract: The paper presents analyses of the dynamic problem for propulsion to the foot-calf articulation simulation for a biped robot. The robot leg gets an input vector definite by the generalized / applied forces from foot and it generalized a output vector format by the angles (or the displace) from the calf articulation.

1. MODELAREA DINAMICĂ A STRUCTURII GLEZNĂ-TALPĂ:

Cele două mişcări principale de flexie - în jurul axei Y şi pronaţie - în jurul axei X, respectiv unghiurile β şi α corespund modelului cardanic din figura 1. În poziţia iniţială de reper gamba este orientată după axa Z_0 (α=β=0), poziţia curentă dată de flexie şi pronaţie corespunzând axei Z_2, respectiv sistemul $X_2Y_2Z_2$. S-au mai notat:

m - masa corpului,

l - lungimea gambei până la centrul de masă G.

Energia cinetică şi potenţială a masei concentrate în G va fi:

$E_c = \frac{mv_G^2}{2}$ şi $E_p = mgz_G$,unde:

a) Vectorul de poziţie a masei concentrate (fig. 1):

$$\bar{r}_G = l\bar{k}_2,\ \bar{r}_G = l\begin{bmatrix} \sin\beta \\ -\sin\alpha\cos\beta \\ \cos\alpha\cos\beta \end{bmatrix}_{Ox_0y_0z_0},\ l = \overline{OG}\ (G \equiv \text{c. d. m.}); \tag{1}$$

b) Viteza c. d. m. *G*:

$$\bar{v}_G = \frac{d\bar{r}_G}{dt} = l\begin{bmatrix} \dot{\beta}\cos\beta \\ \dot{\beta}\sin\alpha\sin\beta - \dot{\alpha}\cos\alpha\cos\beta \\ -\dot{\beta}\cos\alpha\sin\beta - \dot{\alpha}\sin\alpha\cos\beta \end{bmatrix}_{Oz_0y_0z_0}. \tag{2}$$

c) Energia cinematică a masei *m*, în cazul general

$E_c = \frac{1}{2}mv_G^2$, ca atare,

$$E_c = 0.5ml^2\left(\dot{\alpha}^2\cos^2\beta + \dot{\beta}^2\right). \tag{3}$$

d) Energia potențială a masei *m*:

$$E_p = mgZ_G = mgl\cos\alpha\cos\beta\,. \tag{4}$$

e) Funcția compusă Langrange (potențialul cinetic):

$$L = E_c - E_p = 0.5ml^2\left(\dot{\alpha}^2\cos^2\beta + \dot{\beta}^2\right) - mgl\cos\alpha\cos\beta\,. \tag{5}$$

f) Ecuația Lagrange (ecuația de mişcare):

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_k} = Q_k\,;\ k = 1;\ 2 \tag{6}$$

Pentru modelul bimobil

M = 2 $\Rightarrow$ 2 parametri cinematici independenți: α, β $\Rightarrow$ q_k; k = 1; 2 $\Rightarrow$ $q_2 = \alpha$, $q_1 = \beta$.

Acționare independentă, funcțiile α şi β nedependente, se aleg convenabile (fig. 1).

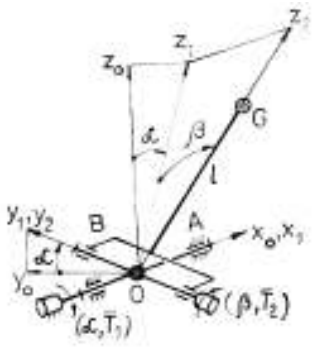


Fig. 1. Schema structurală gleznă-talpă.

Ecuația Lagrange pentru k = 2 (α):

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_2} = \frac{\partial L}{\partial \dot{\alpha}} = ml^2\dot{\alpha}\cos^2\beta \Rightarrow \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\alpha}}\right) = ml^2\left[\ddot{\alpha}\cos^2\beta - \dot{\alpha}\dot{\beta}\sin(2\beta)\right]; \tag{7}$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_2} = \frac{\partial L}{\partial \alpha} = +mgl\sin\alpha\cos\beta\,;\ Q_2 = T_2 = \text{moment motor din cupla } \alpha.$$

Deci, $\ddot{\alpha}ml^2\cos^2\beta - \dot{\alpha}\dot{\beta}ml^2\sin(2\beta) - mgl\sin\alpha\cos\beta = T_2\,.$ (8)

Ecuația Lagrange pentru k = 1 (β):

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1} = \frac{\partial L}{\partial \dot{\beta}} = ml^2\dot{\beta} \Rightarrow \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\beta}}\right) = \ddot{\beta}ml^2\,, \tag{9}$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_1} = \frac{\partial L}{\partial \beta} = -ml^2\dot{\alpha}^2\cos\beta\sin\beta + mgl\cos\alpha\sin\beta\,;$$

$Q_1 = T_1$ = momentul motor din cupla β.

Deci, $\ddot{\beta}ml^2 + \dot{\alpha}^2ml^2\cos\beta\sin\beta - mgl\cos\alpha\sin\beta = T_1\,.$ (10)

2. SIMULAREA DINAMICĂ NUMERICĂ CU MOTOARE ROTATIVE

Se va efectua simularea sistemului bimobil cu două motoare rotative în articulațiile *A* şi *B* (fig. 1), pentru care s-au considerat mărimile:

l = 400 mm şi *m* = 30 kg.

Funcțiile α şi β necesare relațiilor (4) şi (6) – de determinare a momentelor motoare necesare s-au considerat cosinusoidale, cu plecare din poziția flexată. Astfel,

$$\alpha = \alpha_{\max}(1+\cos pt) = \frac{\pi}{18}[1+\cos \pi t] = 10^{\circ}[1+\cos \pi t], \quad (11)$$

$$\beta = \beta_{\max}(1+\cos pt) = \frac{\pi}{12}[1+\cos \pi t] = 15^{\circ}[1+\cos \pi t], \quad (12)$$

S-au considerat amplitudinile α_{max} = 20° şi β_{max} = 30° la *t* = 2 sec, în combinațiile:

a) α = 15° şi $\beta = 15^{\circ}[1+\cos \pi t] = \frac{\pi}{12}[1+\cos \pi t]$;

b) $\alpha = 10^{\circ}[1+\cos \pi t] = \frac{\pi}{18}[1+\cos \pi t]$ şi β = 15°; (13)

c) $\alpha = \frac{\pi}{18}[1+\cos \pi t]$ şi $\beta = \frac{\pi}{12}[1+\cos \pi t]$.

Derivatele:

$$\dot{\beta} = -\frac{\pi^2}{12}\sin \pi t = -15\pi \sin \pi t\,,\ \ddot{\beta} = -\frac{\pi^3}{12}\cos \pi t = -15\pi^2 \cos \pi t\,; \quad (14)$$

$$\dot{\alpha} = -\frac{\pi^2}{18}\sin \pi t = -10\pi \sin \pi t\,,\ \ddot{\alpha} = -\frac{\pi^3}{18}\cos \pi t = -10\pi^2 \cos \pi t\,. \quad (15)$$

Rezultatele simulării dinamice sunt prezentate în figurile 2, 3 şi 4, respectiv pentru combinațiile a), b), c), rezultate evidențiate în tabelul 1.

Pentru modelarea dinamică se poate considera, în vederea simplificării, că legea de variație în timp a lui α(t) şi β(t) corespund celor impuse pentru motor rotativ în cuple, de momente T_1(t) şi T_2(t).

Ca atare se poate deduce $T_1(\alpha)$ şi $T_2(\beta)$.

a) În premisa că în poziția inițială beta este $= +30$ grd $= +\frac{\pi}{6}$ rad, în cea finală beta=0 şi că un ciclu dus-întors durează 2 sec, vom considera următoarea lege de deplasare unghiulară, (vezi tabelul 1):

$\beta = \frac{\pi}{12}(1+\cos \pi \cdot t)$ în rad sau $\beta = 15(1+\cos \pi \cdot t)$ în grd.

Variațiile vitezei şi accelerației rezultă prin derivarea în raport cu timpul, odată şi respectiv de 2 ori:

$\dot{\beta} = \frac{\pi^2}{12}\sin(\pi \cdot t)$ în rad/s sau $\dot{\beta} = -15\pi \sin(\pi \cdot t)$ în grd/s;

$\ddot{\beta} = -\frac{\pi^3}{12}\cos(\pi \cdot t)$ în rad/s^2 sau $\ddot{\beta} = -15\pi^2 \cos(\pi \cdot t)$ în grd/s^2.

Tabelul 1.

g	t	m	l	T1	T2	α [grd]	β [grd]	$\dot{\beta}$ [grd/sec]	$\ddot{\beta}$ [grd/sec^2]
9,80	0,00	30	400	-12459307,11	-26359,32	15	30,00	0,00	-148,04
	0,20			-10085650,78	-27086,98		27,14	-27,70	-119,77
	0,40			-3870757,32	-28667,23		19,64	-44,82	-45,75
	0,60			3812149,63	-29940,46		10,36	-44,82	45,75
	0,80			10028164,72	-30399,08		2,86	-27,70	119,77
	1,00			12402510,67	-30437,12		0,00	0,00	148,04
	1,20			10028164,72	-30399,08		2,86	27,70	119,77
	1,40			3812149,63	-29940,46		10,36	44,82	45,75
	1,60			-3870757,32	-28667,23		19,64	44,82	-45,75
	1,80			-10085650,78	-27086,98		27,14	27,70	-119,77
	2,00			-12459307,11	-26359,32		30,00	0,00	-148,04

Graficul corespunzător este dat în figura 2.

b) beta=15 grd= constant; alfa variază (de la poziția inițială +20 grd la poziția finală 0 grd cu revenire la +20 grd, în timp de 2 sec) după legile, (vezi tabelul 2):

$\alpha = \frac{\pi}{18}(1+\cos\pi\cdot t)$ în rad sau $\alpha = 10(1+\cos\pi\cdot t)$ în grd;

$\dot{\alpha} = -\frac{\pi^2}{18}\sin(\pi\cdot t)$ în rad/s sau $\alpha = -10\pi\sin(\pi\cdot t)$ în grd/s;

$\ddot{\alpha} = -\frac{\pi^3}{18}\cos(\pi\cdot t)$ în rad/s^2 sau $\ddot{\alpha} = -10\pi^2\cos(\pi\cdot t)$ în grd/s^2.

Tabelul 2.

g	t	m	l	T_1	T_2	α [grd]	$\dot{\alpha}$ [grd/sec]	$\ddot{\alpha}$ [grd/sec^2]	β [grd]
9,80	0,00	30	400	-28601,54	-7753317,71	20,00	0,00	-98,70	15
	0,20			95711,91	-6276406,74	18,09	-18,47	-79,85	
	0,40			296677,31	-2409628,29	13,09	-29,88	-30,50	
	0,60			296107,47	2370235,26	6,91	-29,88	30,50	
	0,80			94224,28	6237348,96	1,91	-18,47	79,85	
	1,00			-30437,12	7714466,66	0,00	0,00	98,70	
	1,20			94224,28	6237348,96	1,91	18,47	79,85	
	1,40			296107,47	2370235,26	6,91	29,88	30,50	
	1,60			296677,31	-2409628,29	13,09	29,88	-30,50	
	1,80			95711,91	-6276406,74	18,09	18,47	-79,85	
	2,00			-28601,54	-7753317,71	20,00	0,00	-98,70	

Graficul corespunzător este dat în figura 3.

c) Beta şi alfa variază simultan după legile precedente, (vezi tabelul 3):

$\beta = \frac{\pi}{12}(1+\cos\pi\cdot t)$ în rad sau $\beta = 15(1+\cos\pi\cdot t)$ în grd;

$\dot{\beta} = \frac{\pi^2}{12}\sin(\pi\cdot t)$ în rad/s sau $\dot{\beta} = -15\pi\sin(\pi\cdot t)$ în grd/s;

$\ddot{\beta} = -\frac{\pi^3}{12}\cos(\pi\cdot t)$ în rad/s^2 sau $\ddot{\beta} = -15\pi^2\cos(\pi\cdot t)$ în grd/s^2;

şi respectiv:

$\alpha = \frac{\pi}{18}(1+\cos\pi\cdot t)$ în rad sau $\alpha = 10(1+\cos\pi\cdot t)$ în grd;

$\dot{\alpha} = -\frac{\pi^2}{18}\sin(\pi \cdot t)$ în rad/s sau $\alpha = -10\pi \sin(\pi \cdot t)$ în grd/s;

$\ddot{\alpha} = -\frac{\pi^3}{18}\cos(\pi \cdot t)$ în rad/s^2 sau $\ddot{\alpha} = -10\pi^2 \cos(\pi \cdot t)$ în grd/s^2.

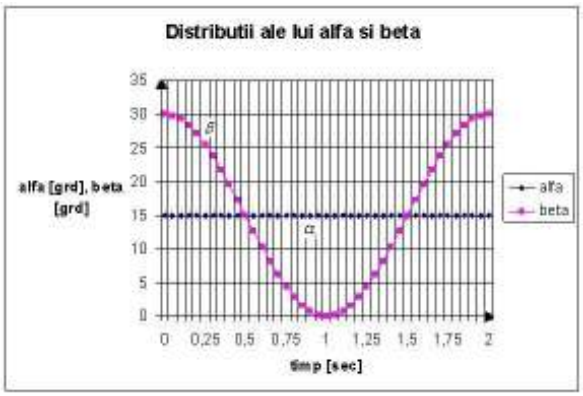
Tabelul 3.

g	t	m	l	T_1	T_2	α [grd]	$\dot{\alpha}$ [grd/s]	$\ddot{\alpha}$ [grd/s^2]	β [grd]	$\dot{\beta}$ [grd/s]	$\ddot{\beta}$ [grd/s^2]
	0,00			-12457764,60	-6236088,24	20,00	0,00	-98,70	30,00	0,00	-148,04
	0,20			-9882458,51	-5937334,61	18,09	-18,47	-79,85	27,14	-27,70	-119,77
	0,40			-3457962,82	-3530976,62	13,09	-29,88	-30,50	19,64	-44,82	-45,75
	0,60			4042590,88	1765410,22	6,91	-29,88	30,50	10,36	-44,82	45,75
	0,80			10052854,70	6593944,02	1,91	-18,47	79,85	2,86	-27,70	119,77
9,80	1,00	30	400	12402510,67	8268340,45	0,00	0,00	98,70	0,00	0,00	148,04
	1,20			10052854,70	6593944,02	1,91	18,47	79,85	2,86	27,70	119,77
	1,40			4042590,88	1765410,22	6,91	29,88	30,50	10,36	44,82	45,75
	1,60			-3457962,82	-3530976,62	13,09	29,88	-30,50	19,64	44,82	-45,75
	1,80			-9882458,51	-5937334,61	18,09	18,47	-79,85	27,14	27,70	-119,77
	2,00			-12457764,60	-6236088,24	20,00	0,00	-98,70	30,00	0,00	-148,04

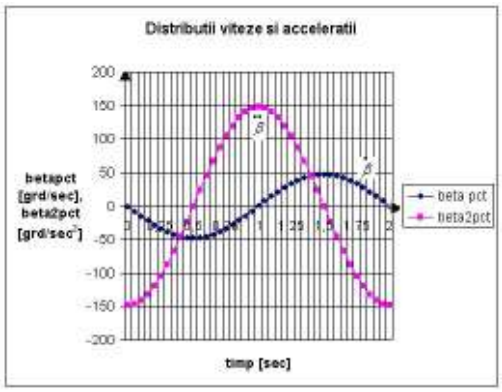
Graficul corespunzător este dat în figura 4.

3. CONCLUZII:

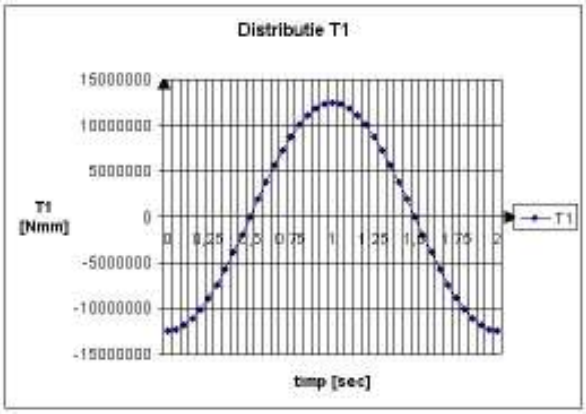
Modelul cardanic cu motoare rotative în articulații este un model relativ simplu atât constructiv, cât şi matematico – dinamic. Pentru datele alese de simulare, timpul fiind destul de redus (t = 2 sec), momentele de antrenare au rezultat de valori ridicate.



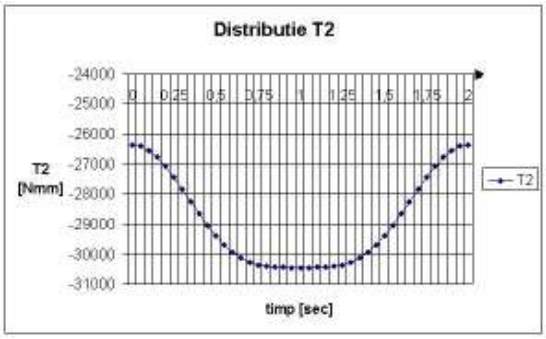
a.



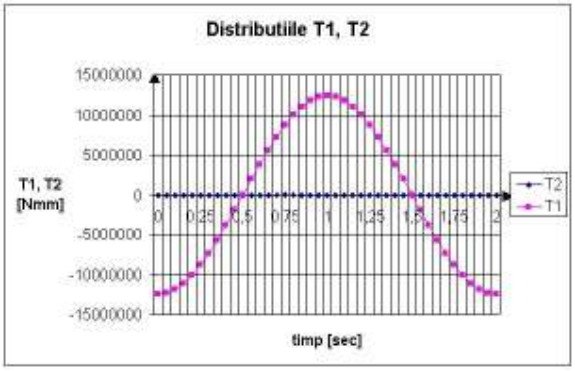
b.



c.

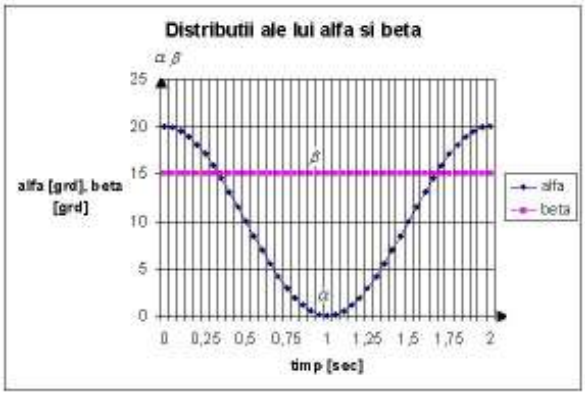


d.

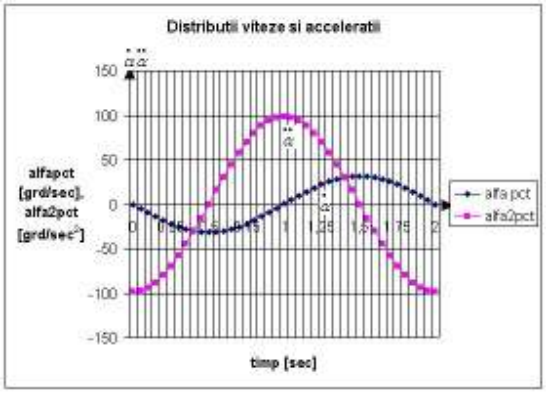


e.

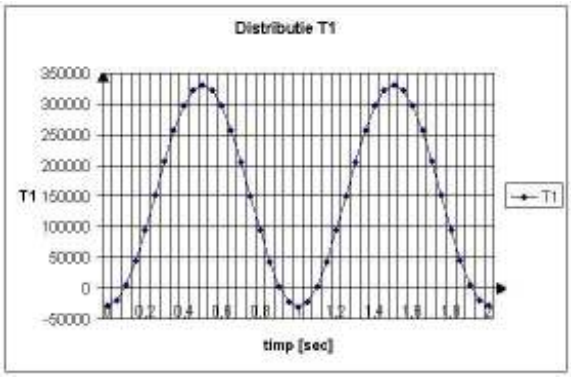
Fig. 2. Graficele corespunzătoare tabelului 1 (α = 15°).



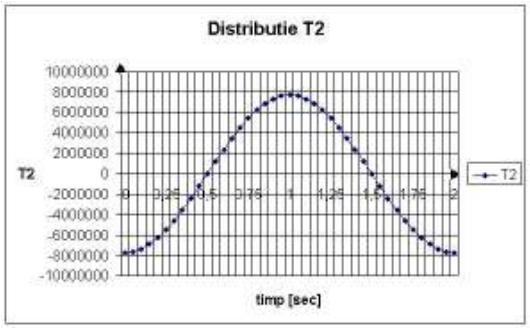
a.



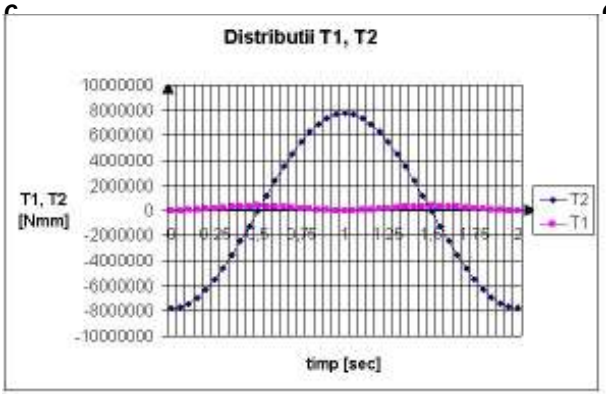
b.



c.

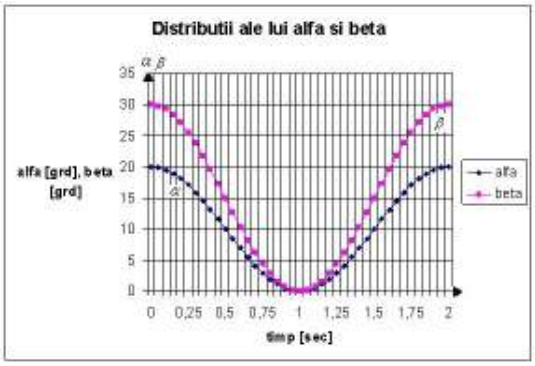


d.

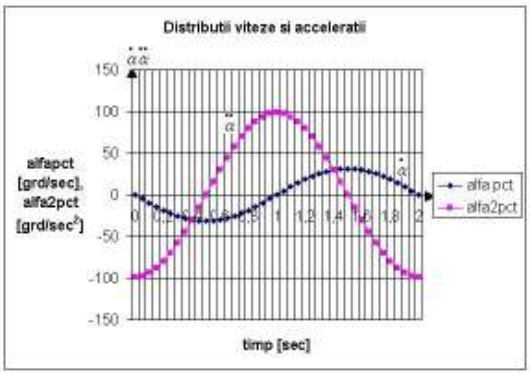


e.

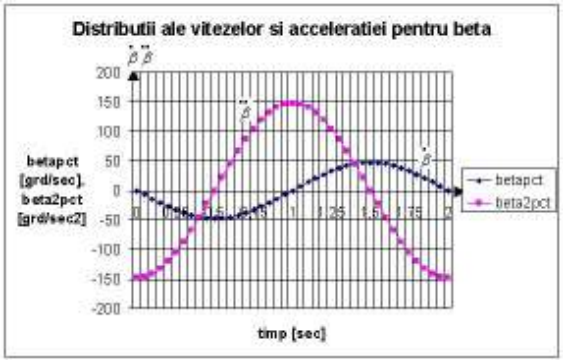
Fig. 3. Graficele corespunzătoare tabelului 1 (β = 15°).



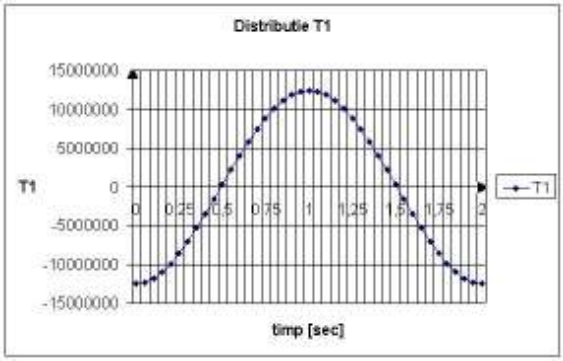
a.



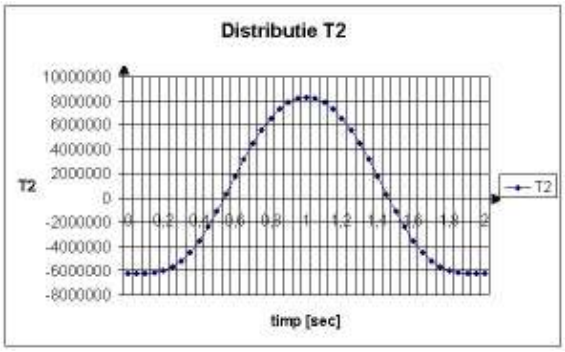
b.



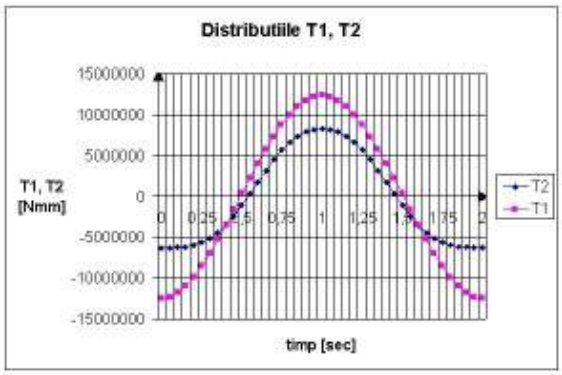
c.



d.



e.



f.

Fig. 4. Graficele corespunzătoare tabelului 1 (α = 0…20°, β = 0…30°).

4. BIBLIOGRAFIE

[1] Ranga, V., Şeicaru, T., Alexe, F. „Anatomia omului”, Editura Medicală, Bucureşti, 1962;

[2] Alexandru, P., Diaconescu, D., Ştefan, I. „Modelarea prin angrenaje a articulației gleznei piciorului uman”, Conferința Internațională TMCR’07, Chişinău, 2007;

[3] Alexandru, P., Ştefan, I., Enescu, M. „Modelarea cinematică a structurilor articulate echivalente gleznei piciorului uman”, Conferința Internațională IMT’07, Oradea, 2007.